



guessmaths

## Série n °3 d'exercices sur les fonctions limites et continuité

### Terminale S

#### EXERCICE 1

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par : 
$$\begin{cases} f(x) = e^x & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = -x^2 + 2x + 1 & \text{si non} \end{cases}$$

- 1) a) Tracer la fonction  $f$  sur  $x \in [-5; 5]$  et  $y \in [-5; 5]$ .
- b) Que peut-on conjecturer quant à la continuité de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- 2) Démontrer cette conjecture en distinguant les cas  $x \neq 1$  et  $x = 1$ .

#### EXERCICE 2

Soit  $k \in \mathbb{Z}$  et la fonction  $f$  définie sur  $x \in ]-2; +\infty[$  par : 
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x-4}{x-3} & \text{si } x < k \\ f(x) = \sqrt{x+2} & \text{si } x \geq k \end{cases}$$

1) a) Tracer les fonctions  $x \mapsto \sqrt{x+2}$  et  $x \mapsto \frac{x-4}{x-3}$  sur  $x \in [-5; 5]$  et  $y \in [-5; 5]$ .

b) Conjecturer la valeur de  $k \in \mathbb{Z}$  pour laquelle  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}$

2) Démontrer cette conjecture.

#### EXERCICE 3

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par : 
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) Tracer sur la fonction  $f$  pour  $x$  non nul sur  $x \in [-5; 5]$  et  $y \in [-5; 5]$ .

Que peut-on conjecturer sur la continuité de  $f$  en  $0$  ?

2) Démontrer cette conjecture.

[www.guessmaths.co](http://www.guessmaths.co) E-mail : [abdelaliguessouma@gmail.com](mailto:abdelaliguessouma@gmail.com)

WhatsApp : 0717467136

#### **EXERCICE 4**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par : 
$$\begin{cases} f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) Tracer sur la fonction  $f$  pour  $x$  non nul sur  $x \in [-2;2]$  et  $y \in [-2;2]$ .

Que peut-on conjecturer sur la continuité de  $f$  en  $0$  ?

2) Démontrer cette conjecture.

#### **EXERCICE 5**

1) Soit la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $u_0 = 0,1$  et  $u_{n+1} = 2u_n(1 - u_n)$ .

On admet que  $(u_n)$  est croissante et convergente vers  $\ell$ .

Déterminer  $\ell$ .

2) Soit la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $u_0 = 6$  et  $u_{n+1} = \frac{1}{3}\sqrt{u_n^2 + 8}$ .

On admet que  $(u_n)$  est convergente vers  $\ell > 0$ .

Déterminer  $\ell$ .

3) Soit la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $u_0 = 6$  et  $u_{n+1} = \frac{2 + 3u_n}{4 + u_n}$ .

On admet que  $(u_n)$  est minorée par  $1$  et convergente vers  $\ell$ .

Déterminer  $\ell$ .

#### **EXERCICE 6**

1) Soit la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $u_0 = e^3$  et  $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ .

a) On admet que  $(u_n)$  est minorée par  $6$  et convergente vers  $\ell$ .

Déterminer  $\ell$ .

b) Afficher la suite sur une calculatrice puis contrôler la valeur de  $\ell$  trouvée.

[www.guessmaths.co](http://www.guessmaths.co) E-mail : [abdelaliguessouma@gmail.com](mailto:abdelaliguessouma@gmail.com)

WhatsApp : 0717467136

2) Soit la suite  $(v_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $v_0 = 1$  et  $v_{n+1} = v_n e^{-v_n}$ .

a) On admet que  $(v_n)$  est convergente vers  $\ell$ .

Déterminer  $\ell$ .

b) Afficher la suite sur une calculatrice puis contrôler la valeur de  $\ell$  trouvée.