



guessmaths

Série n • 2 Exercices sur fonction exponentielle

Terminal S

Exercice 1 :

Étudier les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - e^x + 1)$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - e^x + 1)$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{e^x - x}{e^{2x} + 1} \right)$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^x - x - 1)$

Correction

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - e^x + 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left( \frac{x}{e^x} - 1 + \frac{1}{e^x} \right) = -\infty$  (car  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ )

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - e^x + 1) = -\infty$  (car  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ )

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{e^x - x}{e^{2x} + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left( \frac{1 - \frac{x}{e^x}}{e^x + \frac{1}{e^x}} \right) = +\infty$  (car  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ )

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^x - x - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left( x - \frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x} \right) = +\infty$  (car  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ )

Exercice 2 : limite avec des exponentielles

Étudier les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1)e^{-x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(e^{2x} - e^x)$

Correction

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1)e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 2 \times \frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x} \right) = 0$  (car  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$ )

$$\begin{aligned}
 b) \lim_{x \rightarrow -\infty} x(e^{2x} - e^x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^{2x} - xe^x) \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{2} \times 2xe^{2x} - xe^x \right) = 0 \quad (\text{car } \lim_{t \rightarrow -\infty} te^t = 0)
 \end{aligned}$$

**Exercice 3 :** limite avec des exponentielles

Étudier les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-0,5x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{e^{0,1x}}{x} \right)$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{1-x}$

d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^{1-x}$

**Correction**

a) On pose  $X = 0,5x$  on a :  $x \rightarrow +\infty$  alors  $X \rightarrow +\infty$

$$\begin{aligned}
 \text{donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-0,5x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^{0,5x}} \\
 &= \lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^X} = 0 \quad (\text{car } \lim_{X \rightarrow +\infty} e^X = +\infty)
 \end{aligned}$$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{e^{0,1x}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 0,1 \times \frac{e^{0,1x}}{0,1x} \right)$  On pose  $X = 0,1x$  on a :  $x \rightarrow +\infty$  alors  $X \rightarrow +\infty$

$$\begin{aligned}
 \text{donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{e^{0,1x}}{x} \right) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 0,1 \times \frac{e^{0,1x}}{0,1x} \right) \\
 &= \lim_{X \rightarrow +\infty} \left( 0,1 \times \frac{e^X}{X} \right) = +\infty
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) \lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{1-x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} xe \times e^{-x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} e \times \frac{x}{e^x} = 0 \quad (\text{car } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0)
 \end{aligned}$$

**Exercice 4 :** Fonction exponentielle - limite

Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^{4x}$ .

### Correction

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^{4x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{4} \times 4x e^{4x} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^{4x} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{4} \times 4x e^{4x} \right) \\ &= \lim_{X \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{4} \times X e^X \right) = 0 \quad (\text{car } \lim_{X \rightarrow -\infty} (X e^X) = 0) \end{aligned}$$

### Exercice 5:

Étudier les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{1-x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}}$

d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{1}{x}}$

### Correction

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{1-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^1 \times e^{-x}$   
 $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( e \times \frac{1}{e^x} \right) = 0 \quad (\text{car } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{e^x} \right) = 0)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$  ; On pose  $X = \frac{1}{x}$  on a :  $x \rightarrow 0^-$  alors  $X \rightarrow -\infty$

donc  $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}} = \lim_{X \rightarrow -\infty} e^X = 0$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}}$  ; On pose  $X = \frac{1}{x}$  on a :  $x \rightarrow 0^+$  alors  $X \rightarrow +\infty$

donc  $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} = \lim_{X \rightarrow +\infty} e^X = +\infty$

d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{1}{x}}$  ; On pose  $X = \frac{1}{x}$  on a :  $x \rightarrow -\infty$  alors  $X \rightarrow 0$

donc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{1}{x}} = \lim_{X \rightarrow 0} e^X = 1$