Série n° 4 exercices corrigés sur les suites

guessmaths

Terminale S

Exercice 1

Dans chacune des cas suivants, démontrer que la suite est bornée en déterminant un majorant et un minorant de la suite.

1) (U_n) *est définie par :* $U_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \cdots + \frac{1}{3^n}$

2) (V_n) *est définie par :* $V_n = \frac{(-1)^n n^2 - \sin(n)}{n^2 + 1}$

3) (W_n) *est définie par :* $W_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k}$

4) (t_n) *est définie par :* $t_n = \sqrt{n^2 + 2} - n$

Correction

Exercice 2

Soit (u_n) *la suite définie par :* $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{3^k}{k+1}$

Calculer les 5 premiers termes de cette suite.

Correction

Exercice 3

Soit a un réel fixé

On considère la suite (u_n) *définie par :* $u_0 = a$ *et* $u_{n+1} = 2u_n - u_n^2$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$

1) Exprimer $1 - u_{n+1}$ *en fonction de* $1 - u_n$

2) En déduite $1 - u_{n+2}$ *en fonction de* $1 - u_n$.

Correction

Exercice 4

Suit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ *la suite définie par :* $u_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$

1) Démontrer que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$*;* $u_n = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$

2) Exprimer $S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k$ *fonction de n.*

Correction

Exercice 5

Déterminer dans chacune des cas si la suite (u_n) *est géométrique ou non. Si c'est le cas, donner sa raison et son premier terme ; puis déterminer* u_n *en fonction de n.*

1) Pour tout $n\in\mathbb{N}$ *;* $u_n = 3e^{n-2}$

2) Pour tout $n\in\mathbb{N}$ *;* $u_n = 5^n - 4\times 5^{n+2}$

3) $u_0 = -3$ *et* $5u_{n+1} - 3u_n = 0$ *pour tout* $n\in\mathbb{N}$

4) $u_0 = 3$ *et* $u_{n+1} = 3u_n - 2$ *pour tout* $n\in\mathbb{N}$

Correction

Exercice 6

Le but de cet exercice est de calculer la somme S_n *par :* $S_n = 1 + 11 + 111 + \cdots + \underbrace{111\cdots1}_{n\,chiffres\,1}$

a) En multipliant S_n *par* 9*, et en remplaçant* $\underbrace{999\cdots9}_{n\,chiffres\,1}$ *par* $10^n - 1$*; démontrer que*

$S_n = \dfrac{10^{n+1} - 9(n+1) - 1}{81}$ *pour tout* $n\in\mathbb{N}$

b) Confirmer ce résultat par une démonstration par récurrence.

Correction

Exercice 7

Démontrer par récurrence que :

$0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$ *pour tout* $n\in\mathbb{N}$.

Correction

Exercice 8

Soit (u_n) *la suite définie par :* $u_n = \dfrac{1\times 3\times\cdots\times(2n-1)}{2\times 4\times\cdots\times 2n}$

Montrer par récurrence que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$; $u_n \le \dfrac{1}{\sqrt{3n+1}}$